

# تمرينات فصل

14

13-2 - چرا اثبات لم 13.1 بر  $x_0^l = x_0^{k+1}$  برای  $l \neq k+1$  معتبر نیست؟ لم 13.1 را در این حالت اثبات کنید.

برای اثبات این مطلب (13.1) در نظر بگیرید  $\bar{x}_0^l$  و  $\bar{y}_0^l$  به ترتیب در رابطه بالا و رابطه زیر اینها

$$\hat{F}(x) = \frac{\sum_{l=1}^m y_0^l \left[ \prod_{i=1}^{n+m} \exp \left( - \left( \frac{x_i - \bar{x}_{0i}^l}{\sigma^2} \right)^2 \right) \right]}{\sum_{l=1}^m \left[ \prod_{i=1}^{n+m} \exp \left( - \left( \frac{x_i - \bar{x}_{0i}^l}{\sigma^2} \right)^2 \right) \right]}$$

برای  $x = x_0^{k+1}$  در رابطه بالا و رابطه زیر اینها

$$\hat{F}(x_0^{k+1}) = \frac{\sum_{l=1}^m y_0^l \left[ \prod_{i=1}^{n+m} \exp \left( - \left( \frac{x_0^{k+1} - \bar{x}_{0i}^l}{\sigma^2} \right)^2 \right) \right]}{\sum_{l=1}^m \left[ \prod_{i=1}^{n+m} \exp \left( - \left( \frac{x_0^{k+1} - \bar{x}_{0i}^l}{\sigma^2} \right)^2 \right) \right]}$$

$$\hat{F}(x_0^{k+1}) = \frac{y_0^{k+1} + \sum_{l=1, l \neq k+1}^m y_0^l \left[ \prod_{i=1}^{n+m} \exp \left( - \left( \frac{x_0^{k+1} - \bar{x}_{0i}^l}{\sigma^2} \right)^2 \right) \right]}{1 + \sum_{l=1, l \neq k+1}^m \left[ \prod_{i=1}^{n+m} \exp \left( - \left( \frac{x_0^{k+1} - \bar{x}_{0i}^l}{\sigma^2} \right)^2 \right) \right]}$$

So:

$$\left| \hat{F}(x_0^{k+1}) - y_0^{k+1} \right| = \left| \frac{\sum_{l=1, l \neq k+1}^m (y_0^l - y_0^{k+1}) \left[ \prod_{i=1}^{n+m} \exp \left( - \left( \frac{x_0^{k+1} - \bar{x}_{0i}^l}{\sigma^2} \right)^2 \right) \right]}{1 + \sum_{l=1, l \neq k+1}^m \left[ \prod_{i=1}^{n+m} \exp \left( - \left( \frac{x_0^{k+1} - \bar{x}_{0i}^l}{\sigma^2} \right)^2 \right) \right]} \right| \leq \frac{1}{2} \sum_{l=1, l \neq k+1}^m (y_0^l - y_0^{k+1})$$

که ثابت است  $|F(x_0^{k+1}) - y_0^{k+1}| < \epsilon$  است.

14-2 - معادله زیر را در رابطه زیر اثبات کنید.  
برای  $(14.8)$  و  $(14.10)$  است.

$$\theta_P = \theta_{P-1} + [b^T P b + 1]^{-1} P b (y_P - b^T \theta_{P-1})$$

$$\theta_P = \theta_{P-1} + [b(x_P)^T (B_{P-1}^T B_{P-1}) b(x_P) + 1]^{-1} (B_{P-1}^T B_{P-1})^T b(x_P) (y_P - b(x_P)^T \theta_{P-1})$$

$\theta$  پارامتر است که می‌خواهیم پیدا کنیم.  $b(x_P)$  بردار است که در رابطه بالا آمده است.

$$K_P = P_{P-1} b(x_P) [b(x_P)^T P_{P-1} b(x_P) + 1]^{-1}$$

$P$  ماتریس کوواریانس است که در رابطه بالا آمده است.

$$P_P = P_{P-1} - K_P b(x_P)^T P_{P-1}$$

برای  $P_P$  همان عملیات  $P_{P-1}$  را در رابطه بالا قرار می‌دهیم.

. 100 = 0.1, 11.5 100 = 11.5

$$F(x) = \frac{\sum_{l=1}^m \bar{y}^l \prod_{i=1}^n \mu_{A_i}^l(x_i)}{\sum_{l=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i}^l(x_i)} \Rightarrow \sum_{l=1}^m \bar{y}^l w^l$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \bar{y}^1 \\ \vdots \\ \bar{y}^m \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i}^1(x_i)}{\sum_{l=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i}^l(x_i)} \\ \vdots \\ \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i}^m(x_i)}{\sum_{l=1}^m \prod_{i=1}^n \mu_{A_i}^l(x_i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w^1 \\ \vdots \\ w^m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \sum_{l=1}^m \bar{y}^l w^l = b^T \theta = \theta^T b$$